



MENGENAL MODEL PENGENDALIAN POPULASI *Aedes Aegypti* DENGAN STERILE INSECT TEHNIQUE (SIT) DAN KOMBINASINYA DENGAN INSEKTISIDA

I. Wati¹, R. Ratianingsih², A. I. Jaya³

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Tadulako
Jalan Sukarno-Hatta Km. 9 Palu 94118, Indonesia

ABSTRACT

Dengue fever is one of disease which can be transmited by *Aedes aegypti*. However the prevention on this disease is become global concern. One approche that can be done is by controlling of mosquito population. Related to that issue, this study was done by an application of potryagyn maximum principle in optimal control theory, based on Sterile Insect Technique (SIT). It can be done biologically by introduction of male sterile mosquito (mutan which can be produce by mutagen such as gamma radiation) into the population. It expected that the number of sterile mosquitos will increase by the time. Our result showed that the population of juvenile, immature male and female mosquitos, fertile male and female, and also sterile male mosquito on the population will grow and reach the stagnan condition after 50 days. Those data indicate that the number of sterile male will increase without any reduction of the population itself. If this method be combined with insecticide chemical method, the population of mosquitos can be reduced/eliminated efectively.

Keywords : *Aedes Aegypti*, Optimal control ,Sterile Insect Technique, Insecticide, Pontryagin Maximum Principle.

ABSTRAK

Salah satu penyakit yang diakibatkan oleh gigitan *Aedes aegypti* adalah Demam Berdarah Dengue (DBD). Pencegahan penyakit ini menjadi prioritas global karena dapat berakibat kematian pada penderita. Untuk menekan jumlah penderita DBD dilakukan suatu program yang dapat mengendalikan populasi *Aedes aegypti*. Dalam teori optimal kontrol program tersebut diterapkan pada model populasi *Aedes aegypti* sebagai metode pengendalian secara matematika dengan menerapkan Prinsip Maksimum Pontryagin. Secara biologi, metode pengendalian yang digunakan adalah *Sterile Insect Technique* (SIT), yang merupakan teknik pengendalian dengan memberikan mutagen atau radiasi gamma pada nyamuk jantan sehingga menjadi steril. Nyamuk steril inilah yang nantinya akan dilepaskan ke lingkungan untuk kawin dengan nyamuk normal sehingga nyamuk normal akan menjadi steril. Hasil penelitian menunjukkan bahwa bila dilakukan program SIT, pertumbuhan populasi nyamuk belum dewasa, nyamuk betina belum kawin, nyamuk betina subur, nyamuk jantan normal,

coresponding author : ¹indrawati0889@gmail.com, ²ratianingsih@yahoo.com,
³ratianingsih@yahoo.com.

dan nyamuk jantan steril mengalami pertumbuhan yang konstan mulai hari ke 50. Kurva tersebut memperlihatkan bahwa populasi nyamuk hanya bersifat mensterilkan nyamuk dan tidak menekan jumlah populasi nyamuk. Apabila metode tersebut dikombinasikan dengan Insektisida yang merupakan teknik pengendalian secara kimia, semua populasi dapat ditekan sehingga metode ini membasmi populasi nyamuk.

Kata Kunci : *Aedes aegypti*, Optimal Kontrol, Sterile Insect Technique, Insektisida, Prinsip Maksimum Pontryagin.

I. PENDAHULUAN

Secara umum ada dua jenis penyakit yaitu penyakit menular dan penyakit tidak menular. Salah satu penyebab munculnya beberapa penyakit menular adalah lingkungan yang tidak sehat. Dalam kelompok penyakit menular ada yang ringan dan ada yang berat, yang ringan misalnya influenza dan diare. Sedangkan yang berat seperti HIV/AIDS, polio, demam berdarah, campak, TBC, malaria, flu burung, SARS, dan sederet penyakit lainnya. Menular atau tidaknya suatu penyakit tetap harus diwaspadai dan tidak boleh dianggap remeh. Sebab, ketika seseorang terkena suatu penyakit, aktifitas kehidupannya akan terganggu. Apalagi jika penyakitnya sudah parah akan menyebabkan kematian (Mulyanah, Lia, 2008).

Dalam kelompok penyakit menular yang berat, terdapat penyakit *Demam Berdarah Dengue* (DBD) atau

Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) yang merupakan penyakit akibat infeksi virus dengue yang masih menjadi masalah bagi kesehatan masyarakat. Penyakit ini ditemukan nyaris di seluruh belahan dunia terutama di negara-negara tropik dan subtropik baik sebagai penyakit endemik atau epidemik.

Aedes aegypti merupakan jenis nyamuk yang dapat membawa virus dengue penyebab penyakit demam berdarah. Penyebaran jenis ini sangat luas, meliputi hampir semua daerah tropik di seluruh dunia. Sebagai pembawa virus dengue, *Aedes aegypti* merupakan pembawa utama (primary vector) dan bersama *Aedes albopictus* menciptakan siklus persebaran dengue di desa dan di kota. Masyarakat harus mampu mengenali dan mengetahui cara-cara mengendalikan jenis ini untuk membantu mengurangi penyebaran penyakit demam berdarah.

Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati *et al.*)

Erdina (2011) membahas model penyebaran populasi nyamuk *Aedes aegypti* dengan pengontrol melalui program Insektisida dan *Sterile Insect Technique* (SIT). Dalam penelitian tersebut populasi nyamuk dikelompokkan atas populasi nyamuk yang belum dewasa (A), kelompok populasi betina belum kawin (I), kelompok populasi betina subur (F), kelompok populasi jantan normal (M) dan kelompok populasi jantan steril (M_T).

Interaksi populasi nyamuk jantan yang diperhatikan dalam Erdina (2011) adalah interaksinya dengan nyamuk betina belum kawin, sedangkan dalam penelitian ini interaksi yang diperhatikan adalah populasi nyamuk jantan dengan populasi nyamuk betina subur. Analisa kestabilan sistem yang baru dilakukan di titik tetap dari model matematika program yang bersesuaian. Dinamika sistem di titik tetap dikaji melalui nilai eigen dari matriks Jacobian sistem. Pengendalian populasi nyamuk jantan dengan populasi nyamuk betina subur dilakukan dengan menggambarkan parameter yang mencerminkan masing-masing program pemberantasan nyamuk dengan membangun performance index dengan

kendala yang dibangun dari sistem dinamikanya, untuk suatu keadaan awal yang diberikan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Nyamuk *Aedes Aegypti*

Aedes aegypti merupakan jenis nyamuk yang dapat membawa virus dengue penyebab penyakit demam berdarah. Selain dengue, *Aedes aegypti* juga merupakan pembawa virus demam kuning dan chikungunya. Penyebaran jenis ini sangat luas, meliputi hampir semua daerah tropis di seluruh dunia. *Aedes aegypti* bersifat diurnal atau aktif pada pagi hingga siang hari. Penularan penyakit dilakukan oleh nyamuk betina karena hanya nyamuk betina yang menghisap darah. Hal itu dilakukannya untuk memperoleh asupan protein yang diperlukannya untuk memproduksi telur. Nyamuk jantan tidak membutuhkan darah, dan memperoleh energi dari nektar bunga ataupun tumbuhan. Jenis ini menyukai area yang gelap dan benda-benda berwarna hitam atau merah.

2.2 Siklus Hidup Nyamuk

Nyamuk *Aedes aegypti* memiliki siklus hidup yang sama dengan serangga lainnya. Siklus hidup nyamuk *Aedes*

aegypti terdiri dari telur, larva, pupa dan nyamuk dewasa.

2.3 Insektisida

Insektisida secara umum merupakan senyawa kimia yang digunakan untuk membunuh serangga pengganggu, dalam hal ini adalah nyamuk *Aedes aegypti*. Ada dua mekanisme untuk membunuh serangga yaitu dengan meracuni makanannya atau dengan langsung meracuni serangga tersebut.

2.4 Sterile Insect Technique(SIT)

Sterile Insect Technique (SIT) merupakan metode pengendalian serangga secara biologi dengan penggunaan mutagen atau radiasi gamma yang diberikan kepada serangga (nyamuk jantan) sehingga nyamuk tersebut menjadi steril. Nyamuk steril inilah yang akan dilepaskan ke lingkungan untuk kawin dengan nyamuk betina subur sehingga nyamuk betina tersebut menjadi steril. Dalam Tugas Akhir ini akan dikombinasikan dua metode pengendalian nyamuk yaitu dengan *Sterile Insect Technique* (SIT) dan kombinasi *Sterile Insect Technique* (SIT) dan Insektisida agar mendapatkan bentuk yang optimal dalam mengurangi penyebaran Penyakit DBD.

2.5 Model Matematika Pengendalian populasi *Aedes Aegypti*

Model Pengendalian populasi *Aedes aegypti* dirancang untuk mengetahui pertumbuhan populasi nyamuk belum dewasa, betina belum kawin, betina subur, jantan normal dan jantan steril dengan persamaan sbb:

$$\begin{aligned}\frac{dA}{dt} &= \phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) F - (\gamma + \mu_A) A \\ \frac{dI}{dt} &= r \gamma A - \delta I - \mu_I I \\ \frac{dF}{dt} &= \frac{\beta M F}{M + M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - \mu_F F \\ \frac{dM}{dt} &= (1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M + M_T} - \mu_M M \\ \frac{dU}{dt} &= \alpha - \mu_T M_T\end{aligned}$$

Pada model tersebut dilakukan pengontrolan dengan SIT dan kombinasi antara SIT dan Insektisida sbb:

2.5.1 Model Matematika Pengendalian populasi *Aedes Aegypti* dengan Pengontrol SIT

$$\begin{aligned}\frac{dA}{dt} &= \phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) F - (\gamma + \mu_A) A \\ \frac{dI}{dt} &= r \gamma A - \delta I - (\mu_I + u_2) I \\ \frac{dF}{dt} &= \frac{\beta M F}{M + M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - (\mu_F + u_2) F \\ \frac{dM}{dt} &= (1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M + M_T} - (\mu_M + u_2) M \\ \frac{dM_T}{dt} &= \alpha - \mu_T M_T\end{aligned}$$

Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati *et al.*)

2.5.2 Model Matematika Pengendalian populasi *Aedes Aegypti* dengan Pengontrol SIT dan Kombinasi SIT dan Insektisida

$$\frac{dA}{dt} = \phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) F - (\gamma + \mu_A) A$$

$$\frac{dI}{dt} = r \gamma A - \delta I - (\mu_I + u_1) I$$

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\beta M F}{M + M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - (\mu_F + u_1) F$$

$$\frac{dM}{dt} = (1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M + M_T} - (\mu_M + u_1) M$$

$$\frac{dM_T}{dt} = \alpha - (\mu_T + u_1 + u_2) M_T$$

Nomenklatur

A = Populasi nyamuk belum dewasa (telur, larva dan pupa)

I = Populasi nyamuk betina belum kawin

F = Populasi nyamuk betina subur

M = Populasi nyamuk jantan normal

M_T = Populasi nyamuk jantan steril

μ_A = Laju kematian nyamuk belum dewasa

μ_I = Laju kematian nyamuk betina belum kawin

μ_F = Laju kematian nyamuk betina subur

μ_M = Laju kematian nyamuk jantan normal

μ_T = Laju kematian nyamuk jantan steril

α = Rata-rata nyamuk jantan steril yang dilepaskan

β = Tingkat kawin nyamuk normal

β_T = Tingkat kawin nyamuk betina normal dengan jantan steril

ϕ = Tingkat oviposisi nyamuk betina

C = *Carrying capacity*

γ = Populasi nyamuk belum dewasa yang berhasil menjadi nyamuk dewasa

δ = Populasi nyamuk betina yang berhasil menjadi nyamuk betina subur

r = Proporsi nyamuk betina

$1 - r$ = Proporsi nyamuk jantan

u_1 = Kuantitas Insektisida yang diterapkan

Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati *et al.*)

u_2 = Banyaknya nyamuk yang disterilkan dan dilepaskan

2.6 Kestabilan Sistem

Kestabilan sistem model pengendalian nyamuk *Aedes aegypti* dengan *Sterile Insect Technique* (SIT) dan kombinasi *Sterile Insect Technique* (SIT) dan Insektisida yang di analisa kestabilan dengan melakukan linearisasi sistem disekitar titik kritis. Titik kritis adalah nilai dalam domain f dimana fungsi tersebut tidak terdiferensiasi atau ketika turunannya adalah 0. Sedangkan linearisasi adalah proses hampiran sistem persamaan differensial tak linear dengan suatu sistem persamaan differensial linier yang ekuivalen.

2.7 Masalah Optimal Kontrol

Pada prinsipnya, tujuan dari optimal kontrol adalah menentukan signal yang akan diproses dalam plant dan memenuhi konstrain fisik. Kemudian, pada waktu yang sama dapat ditentukan ekstrim (maksimum/minimum) yang sesuai dengan kriteria *performance index*.

$$J = \phi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} f(x(t), u(t), t) dt$$

Dengan kendala

$$\dot{x} = g(x(t), u(t), t)$$

$$x(t_0) = x_0$$

(Subchan, S. dan Zbikowski, R. 2009)

Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan *Sterile Insect Tehnique* (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati *et al.*)

2.8 Prinsip Maksimum Pontryagin

Prinsip Maksimum Pontryagin merupakan suatu kondisi sehingga dapat diperoleh penyelesaian optimal kontrol yang sesuai dengan tujuan. (memaksimalkan *performance index*). Setelah *Performance Index*nya ditentukan maka langkah selanjutnya adalah menentukan persamaan Hamiltonian

$$H = f(x, u, t) + \lambda g(x, u, t)$$

Kemudian Lagrangean

$$L = f(x, u, t) + \lambda g(x, u, t) + w_1(b - u) + w_2(u - a)$$

Supaya optimal maka harus memenuhi Kondisi stationer.

$$\frac{dL}{du} = f_u(x, u, t) + \lambda g_u(x, u, t) - w_1 + w_2 = 0$$

Persamaan keadaan.

$$\dot{x} = \frac{dL}{d\lambda}$$

Persamaan co-state.

$$\dot{\lambda} = -\frac{dL}{dx} \quad (\text{Pontryagin, L.S. et al. 1962})$$

III. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dirancang dengan prosedur sebagai berikut:

- Memulai penelitian.
- Melakukan tinjauan pustaka berupa Nyamuk *Aedes aegypti* dan model populasi

Aedes aegypti dengan pengontrol SIT dan kombinasi SIT dan Insektisida.

c. Merevisi model populasi nyamuk *Aedes aegypti* dengan pengontrol SIT dan kombinasi SIT dan Insektisida.

d. Menentukan titik kritis dari masing-masing model pengendalian *Aedes aegypti*.

e. Menganalisis kestabilan titik kritis model pengendalian *Aedes aegypti*.

f. Menyelesaikan optimal kontrol

g. Menyimpulkan hasil penelitian.

IV. HASIL DAN PEMBAHASA

4.1 Revisi Model Populasi *Aedes Aegypti*

$$\begin{aligned}\frac{dA}{dt} &= \phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) F - (\gamma + \mu_A) A \\ \frac{dI}{dt} &= r \gamma A - \delta I - \mu_I I \\ \frac{dF}{dt} &= \frac{\beta M F}{M + M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - \mu_F F \\ \frac{dM}{dt} &= (1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M + M_T} - \mu_M M\end{aligned}$$

$$\frac{dU}{dt} = \alpha - \mu_T M_T$$

4.2 Titik Kritis Sistem

Model pengendalian populasi *Aedes aegypti* memiliki dua titik kritis yaitu kritis $T_1 = (0,0,0,0, \frac{\alpha}{\mu_T})$ dan

$$T_2 = \left(\frac{\phi F}{(\gamma + \mu_A + \frac{\phi}{C})}, \frac{r \gamma}{\delta + \mu_I} \frac{\phi F}{(\gamma + \mu_A + \frac{\phi}{C})}, \frac{\mu_T M}{\left(\frac{(1-r)\phi}{\gamma + \mu_A + \frac{\phi}{C}} - \frac{\beta M}{M + M_T} \right)}, \frac{(r-1) \phi \alpha \mu_T}{\mu_T \beta (\gamma + \mu_A + \frac{\phi}{C}) (1-r) \phi}, \frac{\alpha}{\mu_T} \right)$$

Dalam penelitian ini hanya meninjau kestabilan titik kritis pertama.

4.3 Kestabilan Sistem

$$\text{Titik Kritis } T_1 = \left(0,0,0,0, \frac{\alpha}{\mu_T}\right)$$

mempunyai matriks Jacobian

$$J = \begin{bmatrix} -(\gamma + \mu_A) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r \gamma & -\delta - \mu_I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_F & 0 & 0 \\ (1-r) \gamma & 0 & 0 & -\mu_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_T \end{bmatrix}$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(J_1 - \lambda I) = 0$, yaitu :

$$= \begin{bmatrix} -(\gamma + \mu_A) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r \gamma & -\delta - \mu_I - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta & -\mu_F - \lambda & 0 & 0 \\ (1-r) \gamma & 0 & 0 & -\mu_M - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_T - \lambda \end{bmatrix}$$

Sistem tersebut memiliki nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -(\gamma + \mu_A), \lambda_2 = -\delta - \mu_I$$

$$\lambda_3 = -\mu_F, \lambda_4 = -\mu_M, \lambda_5 = -\mu_T$$

4.4 Optimal Kontrol dengan SIT

Performance Index sistem tersebut adalah

$$J[u_2] = \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_2^2 + c_2 F^2 - c_3 M_T^2) dt$$

Fungsi Hamiltonian model pengendalian populasi aedes aegypti dengan pengontrol SIT adalah

$$\begin{aligned} H &= f(x, u, t) + \lambda g(x, u, t) \\ H &= \frac{1}{2} [c_1 u_2^2 + c_2 F^2 - c_3 M_T^2] + \\ &\lambda_1 \left[\phi \left(1 - \frac{A}{C} \right) F - (\gamma + \mu_A) A \right] + \\ &\lambda_2 [r \gamma A - \delta I - \mu_I I] + \lambda_3 \left[\frac{\beta M F}{M + M_T} + \right. \\ &\left. \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - \mu_F F \right] + \lambda_4 [(1 - r) \gamma A - \\ &\left. \frac{\beta M F}{M + M_T} - \right. \\ &\left. - \mu_M M] + \lambda_5 [\alpha - (\mu_T + u_2) M_T] \end{aligned}$$

Persamaan Lagragian yang terbentuk

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} [c_1 u_2^2 + c_2 F^2 - c_3 M_T^2] + \lambda_1 \left[\phi \left(1 - \right. \right. \\ &\left. \left. ACF - (\gamma + \mu_A) A + \lambda_2 r \gamma A - \delta I - \mu_I I \right. \right. \\ &\left. + \lambda_3 \left[\frac{\beta M F}{M + M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - \mu_F F \right] + \lambda_4 [(1 - r) \gamma A \right. \\ &\left. - \frac{\beta M F}{M + M_T} - \mu_M M] + \lambda_5 [\alpha - (\mu_T + u_2) M_T] + \right. \\ &\left. w_{21}(t)(b_2 - u_2) + w_{22}(t)(u_2 - a_2) \right] \end{aligned}$$

Dengan

$$w_{21}(t), w_{22}(t) \geq 0,$$

$$w_{21}(t)(b_1 - u_1) = 0,$$

$$w_{22}(t)(u_1 - a_1) = 0$$

c_1, c_2, c_3, c_4 = Faktor penyeimbang biaya meliputi biaya penggunaan Insektisida, biaya produksi dan pelepasan nyamuk steril serta biaya sosial.

Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati *et al.*)

Supaya optimal maka harus memenuhi tiga hal yaitu kondisi stationer, persamaan keadaan dan co-state

4.4.1 Kondisi Stationer

$$\begin{aligned} \frac{dL}{du} &= 0 \\ \frac{dL}{du} &= \frac{1}{2} [c_1 u_2^2 + c_2 F^2 - c_3 M_T^2] + \\ &\lambda_1 \left[\phi \left(1 - \frac{A}{C} \right) F - (\gamma + \mu_A) A \right] + \lambda_2 [r \gamma A - \\ &\delta I - \mu_I I] + \lambda_3 \left[\frac{\beta M F}{M + M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - \right. \\ &\left. \mu_F F \right] + \lambda_4 [(1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M + M_T} - \mu_M M] + \\ &\lambda_5 [\alpha - (\mu_T + u_2) M_T] \\ &+ w_{21}(t)(b_2 - u_2) + w_{22}(t)(u_2 - a_2) \\ \frac{dL}{du_2} &= c_1 u_2 - \lambda_5 M_T - w_{21}(t) + w_{22}(t) \end{aligned}$$

(4.16) Atau

$$\begin{aligned} &u_2(t) \\ &= \min \left\{ \max \left(a_2, \left(\frac{\lambda_5 M_T}{c_2} \right) \right), b_2 \right\} \quad (4.20) \end{aligned}$$

4.4.2 Persamaan Keadaan

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \phi \left(1 - \frac{A}{C} \right) F - (\gamma + \mu_A) A \\ \dot{I} &= [r \gamma A - \delta I - \mu_I I] \\ \dot{F} &= \left[\frac{\beta M F}{M + M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - \mu_F F \right] \\ \dot{M} &= \left[(1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M + M_T} - \mu_M M \right] \\ \dot{M}_T &= \alpha - (\mu_T \\ &+ \min \left\{ \max \left(a_2, \left(\frac{\lambda_5 M_T}{c_2} \right) \right), b_2 \right\}) M_T \end{aligned}$$

4.4.3 Persamaan co-satate

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \left(\gamma + \mu_A + \frac{\phi F}{C} \right) \lambda_1 - r \gamma \lambda_2 - (1 - r) \gamma \lambda_4 \\ \lambda_2 &= -\delta \lambda_2 - \mu_I \lambda_2 + \delta \lambda_3 \\ \lambda_3 &= -c_2 F - \phi \lambda_1 + \frac{\phi A}{C} \lambda_1 - \frac{\beta M}{M + M_T} \lambda_3 \end{aligned}$$

$$\lambda_4 = -\frac{\beta_T M_T}{M+M_T} \lambda_3 + \frac{\beta F}{(M+M_T)^2} \lambda_3 + \frac{\beta_T M_T F}{(M+M_T)^2} \lambda_3 + \frac{\beta F}{M+M_T} \lambda_4 + \mu_M \lambda_4$$

$$\lambda_5 = \left[-c_3 M_T + \frac{\beta M F}{(M+M_T)^2} \lambda_3 - \frac{\beta_T F}{M+M_T} \lambda_3 + \frac{\beta_T M_T F}{(M+M_T)^2} \lambda_3 - \frac{\beta M F}{(M+M_T)^2} \lambda_4 - (\mu_T + u_1 + u_2) M_T \right] + \min \left\{ \max \left(a_2, \left(\frac{\lambda_5 M_T}{c_2} \right), b_2 \right) \right\} \lambda_5$$

4.5 Optimal kontrol dengan Kombinasi SIT dan Insektisida

Performance Index sistem tersebut adalah

$$J[u_1, u_2] = \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2 - c_4 M_T^2) dt$$

Fungsi Hamiltonian model pengendalian populasi aedes aegypti dengan pengontrol Kombinasi SIT dan Insektisida adalah

$$H = f(x, u, t) + \lambda g(x, u, t)$$

$$H = \frac{1}{2} [c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2 - c_4 M_T^2] + \lambda_1 \left[\phi \left(1 - \frac{A}{c} \right) F - (\gamma + \mu_A) A \right] + \lambda_2 [r \gamma A - \delta I - (\mu_I + u_1) I] + \lambda_3 \left[\frac{\beta M F}{M+M_T} + \delta I - (\mu_F + u_1) F \right] + \lambda_4 \left[(1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M+M_T} - (\mu_M + u_1) M \right] + \lambda_5 [\alpha - (\mu_T + u_1 + u_2) M_T]$$

Persamaan Lagragian yang terbentuk

$$L = \frac{1}{2} [c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2 - c_4 M_T^2] + \lambda_1 \left[\phi \left(1 - \frac{A}{c} \right) F - (\gamma + \mu_A) A \right] + \lambda_2 [r \gamma A - \delta I - (\mu_I + u_1) I] +$$

$$\lambda_3 \left[\frac{\beta M F}{M+M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M+M_T} + \delta I - (\mu_F + u_1) F \right] + \lambda_4 \left[(1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M+M_T} - (\mu_M + u_1) M \right] + \lambda_5 [\alpha - (\mu_T + u_1 + u_2) M_T] + w_{11}(t)(b_1 - u_1) + w_{12}(t)(u_1 - a_1) + w_{21}(t)(b_2 - u_2) + w_{22}(t)(u_2 - a_2)$$

Dengan

$$w_{11}(t), w_{12}(t), w_{21}(t), w_{22}(t) \geq 0$$

$$w_{11}(t)(b_1 - u_1) = 0$$

$$w_{12}(t)(u_1 - a_1) = 0$$

$$w_{21}(t)(b_2 - u_2) = 0$$

$$w_{22}(t)(u_2 - a_2) = 0$$

Supaya optimal maka harus memenuhi tiga hal yaitu kondisi stationer, persamaan keadaan dan co-state.

4.5.1 Kondisi Stationer

$$\frac{dL}{du} = 0$$

$$\frac{dL}{du} = \frac{1}{2} [c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2 - c_4 M_T^2] + \lambda_1 \left[\phi \left(1 - \frac{A}{c} \right) F - (\gamma + \mu_A) A \right] + \lambda_2 [r \gamma A - \delta I - (\mu_I + u_1) I] + \lambda_3 \left[\frac{\beta M F}{M+M_T} + \delta I - (\mu_F + u_1) F \right] + \lambda_4 \left[(1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M+M_T} - (\mu_M + u_1) M \right] + \lambda_5 [\alpha - (\mu_T + u_1 + u_2) M_T] + w_{11}(t)(b_1 - u_1) + w_{12}(t)(u_1 - a_1) + w_{21}(t)(b_2 - u_2) + w_{22}(t)(u_2 - a_2)$$

$$\frac{dL}{du_1} = c_1 u_1 - \lambda_2 I - \lambda_3 F - \lambda_4 M - \lambda_5 M_T - w_{11}(t) + w_{12}(t) = 0 \quad (4.26)$$

$$\frac{dL}{du_2} = c_2 u_2 - \lambda_5 M_T - w_{21}(t) + w_{22}(t) = 0 \quad (4.27)$$

Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati *et al.*)

$$u_1(t) = \min \left\{ \max \left(a_1, \left(\frac{\lambda_2 I + \lambda_3 F + \lambda_4 M + \lambda_5 M_T}{c_1} \right) \right), b_1 \right\} \quad (4.31)$$

$$u_2(t) = \min \left\{ \max \left(a_2, \left(\frac{\lambda_5 M_T}{c_2} \right) \right), b_2 \right\} \dots (4.35)$$

4.5.2 Persamaan keadaan

$$\dot{A} = \emptyset \left(1 - \frac{A}{C} \right) F - (\gamma + \mu_A) A$$

$$\dot{I} = r \gamma A - \delta I$$

$$- \left(\mu_I + \min \left\{ \max \left(a_1, \left(\frac{\lambda_2 I + \lambda_3 F + \lambda_4 M + \lambda_5 M_T}{c_1} \right) \right), b_1 \right\} \right) I$$

$$\dot{F} = \frac{\beta M F}{M + M_T} + \frac{\beta_T M_T F}{M + M_T} + \delta I - (\mu_F + \min \left\{ \max \left(a_1, \left(\frac{\lambda_2 I + \lambda_3 F + \lambda_4 M + \lambda_5 M_T}{c_1} \right) \right), b_1 \right\})$$

$$\dot{M} = (1 - r) \gamma A - \frac{\beta M F}{M + M_T} - (\mu_M$$

$$+ \min \left\{ \max \left(a_1, \left(\frac{\lambda_2 I + \lambda_3 F + \lambda_4 M + \lambda_5 M_T}{c_1} \right) \right), b_1 \right\} M$$

$$\dot{M_T} = \alpha - (\mu_T + u_1 + u_2) M_T$$

4.5.3 Persamaan co-satate

$$\lambda_1 = \left[\left(\gamma + \mu_A + \frac{\emptyset F}{C} \right) \lambda_1 - r \gamma \lambda_2 - (1 - r) \gamma \lambda_4 \right]$$

$$\lambda_2 = \delta \lambda_2 + (\mu_I + \min \left\{ \max \left(a_1, \left(\frac{\lambda_2 I + \lambda_3 F + \lambda_4 M + \lambda_5 M_T}{c_1} \right) \right), b_1 \right\}) \lambda_2$$

$$+ \delta \lambda_3$$

$$\lambda_3 = -c_3 F - \emptyset \lambda_1 + \frac{\emptyset A}{C} \lambda_1 - \frac{\beta M}{M + M_T} \lambda_3 - \frac{\beta_T M_T}{M + M_T} \lambda_3$$

$$+ (\mu_F$$

$$+ \min \left\{ \max \left(a_1, \left(\frac{\lambda_2 I + \lambda_3 F + \lambda_4 M + \lambda_5 M_T}{c_1} \right) \right), b_1 \right\} \lambda_3$$

$$- \frac{\beta M}{M + M_T} \lambda_4$$

$$\lambda_4 = - \frac{\beta F}{M + M_T} \lambda_3 + \frac{\beta M F}{(M + M_T)^2} \lambda_3 + \frac{\beta_T M_T}{(M + M_T)^2} \lambda_3$$

$$+ \frac{\beta F}{M + M_T} \lambda_4 + (\mu_M$$

$$+ \min \left\{ \max \left(a_1, \left(\frac{\lambda_2 I + \lambda_3 F + \lambda_4 M + \lambda_5 M_T}{c_1} \right) \right), b_1 \right\} \lambda_4$$

$$\lambda_5 = c_4 M_T \pm \frac{\beta M F}{(M + M_T)^2} \lambda_3 - \frac{\beta_T F}{M + M_T} - \frac{\beta_T M_T F}{(M + M_T)^2} \lambda_3$$

$$= + \frac{\beta M F}{(M + M_T)^2} + (\mu_T$$

$$+ \min \left\{ \max \left(a_1, \left(\frac{\lambda_2 I + \lambda_3 F + \lambda_4 M + \lambda_5 M_T}{c_1} \right) \right), b_1 \right\}$$

$$+ \min \left\{ \max \left(a_2, \left(\frac{\lambda_5 M_T}{c_2} \right) \right), b_2 \right\} \lambda_5$$

4.6 Simulasi

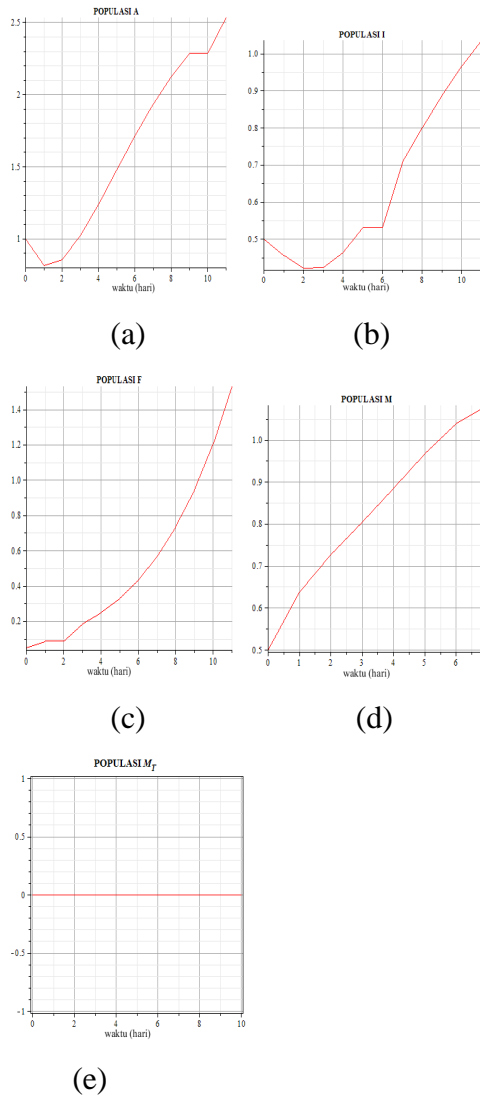
Pada bagian ini akan dibahas dan dibandingkan sistem sebelum dikontrol tanpa menerapkan *Sterile Insect Technique* (SIT) dan gabungan Insektisida dan *Sterile Insect Technique* (SIT) dan sistem setelah dikontrol dengan menerapkan *Sterile Insect Technique* (SIT) dan gabungan Insektisida dan *Sterile Insect Technique* (SIT).

4.1 Tabel Parameter dan Nilainya

Parameter	μ_A	μ_I	μ_F	μ_M	μ_T	α	β
Nilai	0.0583	0.5	0.5	0.06	0.07	0.045	0.7
Parameter	β_T	\emptyset	C	γ	r	δ	c_1, c_2, c_3, c_4
Nilai	0.5	6.353	3	0.5	0.5	0.5	1

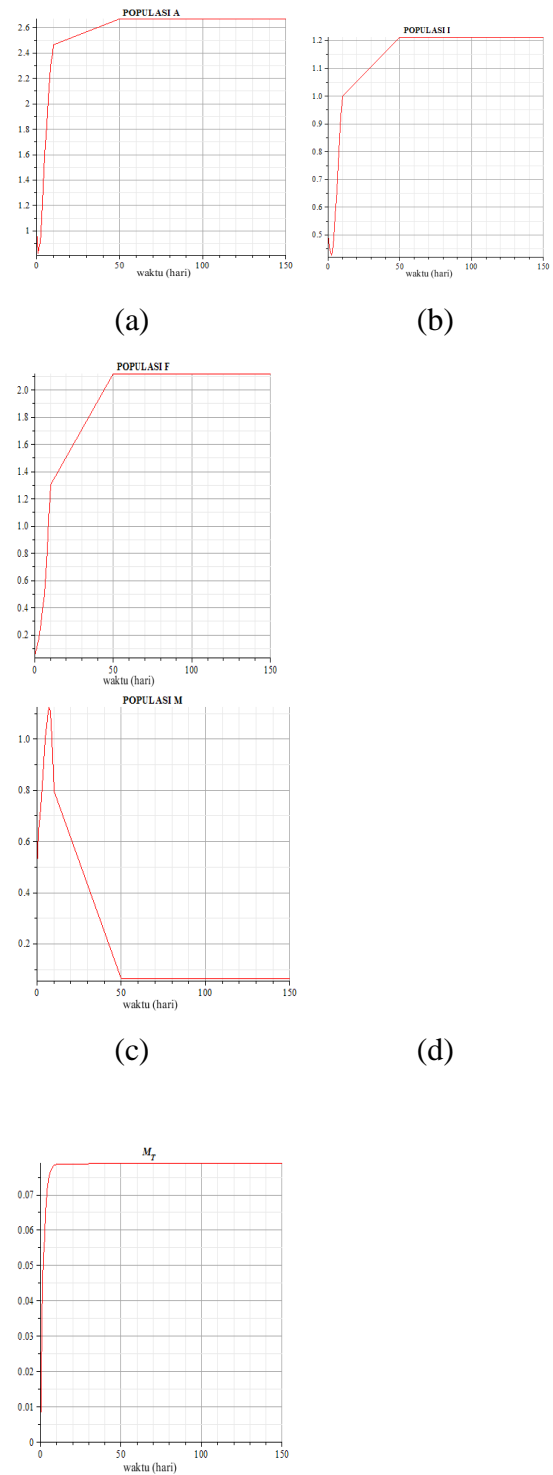
Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati et al.)

4.6.1 Simulasi Tanpa Kontrol



Gbr.1 Populasi terhadap waktu dari model
(a) populasi nyamuk belum dewasa.(b)
populasi nyamuk belum kawin.(c) populasi
nyamuk betina subur.(d) populasi nyamuk
jantan normal.(e) populasi nyamuk jantan
steril.

4.6.2 Simulasi dengan Kontrol SIT

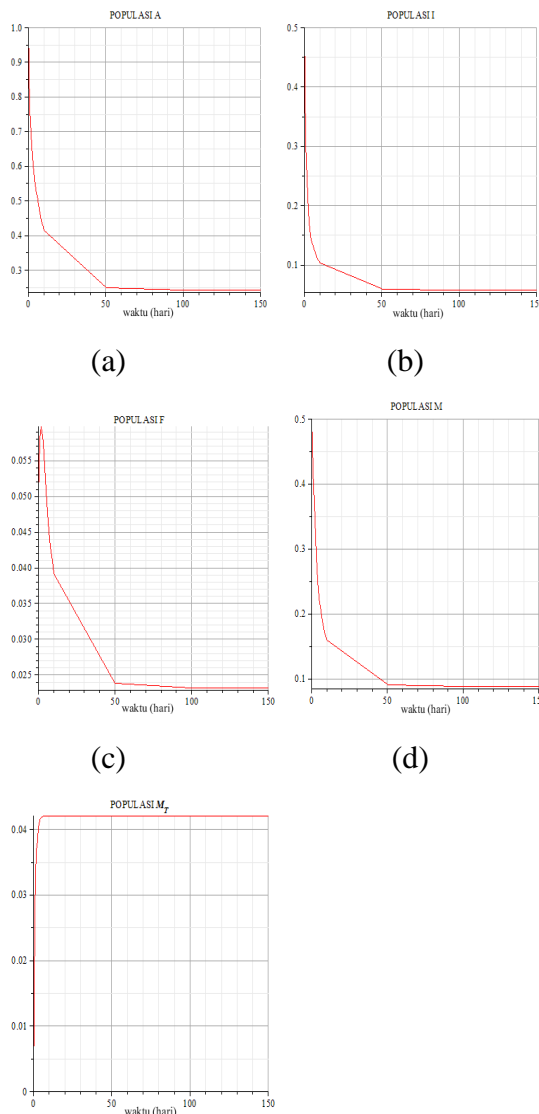


Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati *et al.*)

(e)

Gbr.2 Populasi terhadap waktu dari model pengendalian dengan SIT untuk (a) populasi nyamuk belum dewasa.(b) populasi nyamuk belum kawin.(c) populasi nyamuk betina subur.(d) populasi nyamuk jantan normal.(e) populasi nyamuk jantan steril.

4.6.3 Simulasi dengan Kontrol Kombinasi SIT dan Insektisida



(d)

Gbr.3 Populasi terhadap waktu dari model pengendalian dengan kombinasi SIT dan Insektisida untuk (a) populasi nyamuk belum dewasa.(b) populasi nyamuk belum kawin.(c) populasi nyamuk betina subur.(d) populasi nyamuk jantan normal.(e) populasi nyamuk jantan steril.

4.7 Pembahasan

Hasil yang diperoleh pada penelitian ini memperlihatkan bahwa program SIT tidak memberikan dampak penurunan banyaknya populasi nyamuk. Program ini hanya bersifat mensterilkan nyamuk saja. Bila yang dikehendaki adalah program yang bersifat membasmi nyamuk, maka program SIT harus diiringi dengan program Insektisida, kedua program tersebut merupakan program pengendalian nyamuk yang memiliki sifat yang berbeda.

V. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

1. Populasi nyamuk belum dewasa(A), betina belum kawin (I), populasi nyamuk betina subur (F), populasi nyamuk jantan normal (M) pada model tanpa pengontrol memperlihatkan peningkatan seluruh kelompok populasi nyamuk.

2. Populasi nyamuk belum dewasa (A), populasi nyamuk betina belum kawin (I), populasi nyamuk betina subur (F), populasi nyamuk jantan normal (M) dan populasi nyamuk jantan steril (M_T) dalam program SIT hanya bersifat mensterilkan dan menekan jumlah populasi nyamuk pada masing-masing kelompok setelah tercapai kondisi tetap. Peningkatan populasi jantan steril pada program ini tidak perlu di khawatirkan karena kelompok tersebut bersifat steril dan banyaknya populasi sangat sedikit.

3. Populasi nyamuk belum dewasa (A), populasi nyamuk betina belum kawin (I), populasi nyamuk betina subur (F), populasi nyamuk jantan normal (M) mengalami penurunan karena adanya penerapan Insektisida, sedangkan untuk populasi nyamuk jantan steril (M_T) program SIT dan Insektisida dapat membasmi populasi nyamuk belum dewasa(A), betina belum kawin(I), betina subur(F), jantan normal(M).

5.2 Saran

Bagi Mahasiswa yang tertarik untuk mempelajari tentang optimal kontrol dapat merevisi model Pengendalian Nyamuk *Aedes Aegypti* dengan melakukan pengaturan terhadap nilai pengontrol yang diterapkan.

Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida
(Wati *et al.*)

DAFTAR PUSTAKA

- Aini. N.S (2010), *Pengendalian Optimal Penggunaan Insektisida dan Virus Penginfeksi pada Hama Serangga*. Tugas Akhir S1 Jurusan Matematika ITS Surabaya.
- Bellamo, N. and L. Preziosi, 1996, *Modelling Mathematical Methods and Scientific Computation*, (http://win.staff.uns.ac.id/files/2009/02/sir_routhhurwitz.pdf), di akses 24 Oktober 2012.
- Boyce, W.E., and Richard, C. D, 1996, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, Sixth Edition, Wiley, Singapore.
- DBD [http://www.spesialis.info/?waspadai gejala penyakit demam berdarah dengue](http://www.spesialis.info/?waspadai_gejala_penyakit_demam_berdarah_dengue) – (dbd), 297. diakses 24 Oktober 2012.
- Erdina, Sri, 2011, *Analisis Stabilitas dan Optimal Kontrol pada Nyamuk *Aedes aegypti* dengan Teknik Sterilisasi Serangga dan Insektisida*. Tugas Akhir S1 Jurusan Matematika ITS Surabaya.
- Mulyanah, Lia, 2008, *Model Sirs pada Proses Penularan Penyakit Influenza*

- dengan Populasi yang Terinfeksi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Nurhayati Siti, 2006, *Pengendalian Serangga Vektor di Lapangan dengan Teknik Serangga Mandul*, Pusat Teknologi Keselamatan dan Metrologi Radiasi-PTKMR, Batam.
- Parasites
- http://www.stanford.edu/group/parasites/Parasites2008/Nkem_Cristina%20Valdoinos/ugonabon_valdovinosc_deng_ueproposal_files/image002.png. diakses 24 Oktober 2012.
- Pontryagin, L.S. et al. *The Mathematical Theory of Optimal Processes*, vol. 4. Interscience, 1962.
- Rahmalia, D. (2010), *Pemodelan Matematika dan Analisis Stabilitas dari Penyebaran Penyakit Flu Burung*. Tugas Akhir S1 Jurusan Matematika ITS Surabaya.
- Subchan, S. dan Zbikowski, R. 2009. *Computational Optimal Control : Tools and Practice*. UK : John Wiley & Sons Ltd.Publishing.
- Sudarianto.Januari 2010. *Waspada Demam Berdarah* URL : <http://datinkessulsel.wordpress.com/> (diakses tanggal 21 Oktober 2013).
- Tu, P. N. V. 1994. *Dynamical System An introduction with Application in*
- Mengkaji Model Pengendalian Populasi *Aedes Aegypti* Dengan Sterile Insect Tehnique (SIT) dan Kombinasinya Dengan Insektisida** (Wati et al.)
- Economics and Biologi, Springer-Verlag, Germany.*
- Who, 1999, Prevention and Control of Dengue Haemorrhagic Fever, WHO Regional Publication, SEARO.